

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**KENDALI OPTIMAL STRATEGI NON-FARMAKOLOGIS
PADA MODEL COVID-19****TUGAS AKHIR**

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains pada
Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi

oleh :

FIRDA SAFITRI
11750424989



UIN SUSKA RIAU

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2021**



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN

KENDALI OPTIMAL STRATEGI NON-FARMAKOLOGIS PADA MODEL COVID-19

TUGAS AKHIR

oleh:

FIRDA SAFITRI
11750424989

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 06 Juli 2021

Ketua Program Studi

Ari Pani Desvina, M.Sc.
NIP.19811225 200604 2 003

Pembimbing

Nilwan Andiraja, M.Sc.
NIP.19840803 201101 1 005



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PENGESAHAN

KENDALI OPTIMAL STRATEGI NON-FARMAKOLOGIS PADA MODEL COVID-19

TUGAS AKHIR

oleh:

FIRDA SAFITRI
11750424989

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 06 Juli 2021

Pekanbaru, 06 Juli 2021
Mengesahkan

Ketua Program Studi

Ari Pani Desvina, M.Sc.
NIP. 19811225 200604 2 003

Dekan

Dr. Hartono, M.Pd.
NIP. 19640301 199203 1 003

DEWAN PENGUJI :

Ketua : Sri Basriati, M.Sc.

Sekretaris : Nilwan Andiraja, M.Sc.

Anggota I : Mohammad Soleh, M.Sc.

Anggota II : Irma Suryani, M.Sc.



LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 06 Juli 2021

Yang membuat pernyataan,

FIRDA SAFITRI
11750424989

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSEMBAHAN

“Sesungguhnya Allah tidak akan merubah keadaan suatu kaum sehingga mereka merubah keadaan yang ada pada diri mereka sendiri”

(QS. Ar Ra’d:11)

“Barang siapa menempuh satu jalan (cara) untuk mendapatkan ilmu, maka Allah pasti mudahkan baginya jalan menuju surga”

(HR. Muslim)

Alhamdulillah alhamdulillah

Yang utamadarisegalanya

Sembah sujud serta syukur kepada Allah SWT

Ta’birancintadankasih sayang- Mutelah membekali ilmu, memberikanku kekuatan dan kemudahan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini

Ku persembahkan karya kecil ini sebagai tanda baktiku Untuk yang tak pernah letih memberi doa dan dukungan Untuk pejuang kesuksesan dan kebahagiaan

Ayah(alm) dan Ibu tercinta

Serta abang oos dan abang iman yang sangat idasayangi

Terimakasih banyak ya untuk semuanya...



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

ABSTRAK

KENDALI OPTIMAL STRATEGI NON-FARMAKOLOGIS PADA MODEL COVID-19

FIRDA SAFITRI
NIM: 11750424989

Tanggal Sidang : 06 Juli 2021

Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Penelitian ini membahas tentang kendali optimal strategi non-farmakologis dan tingkat infeksi penyebaran COVID-19. Oleh karena itu, untuk menyelesaikan permasalahan kendali optimal strategi non-farmakologis dan tingkat infeksi penyebaran COVID-19 dengan menerapkan teori kendali. Dengan menggunakan persamaan dinamik dan fungsi tujuan maka dapat dibentuk Persamaan Hamilton dan Persamaan Diferensial Orde Dua. Kemudian diperoleh kendali optimal strategi non-farmakologis dan persamaan tingkat infeksi penyebaran COVID-19 yang optimal. Berdasarkan contoh yang diberikan, maka diperoleh kurva tingkat infeksi penyebaran COVID-19 menurun pada waktu yang telah ditentukan. Artinya tingkat infeksi penyebaran COVID-19 mengalami penurunan setelah diberikan kendali isolasi yang diperoleh.

Kata Kunci: Kendali optimal, Tingkat infeksi penyebaran COVID-19, Strategi non-farmakologis



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

ABSTRACT

OPTIMAL CONTROL OF NON-PHARMACOLOGICAL STRATEGIES IN THE COVID-19 MODEL

FIRDA SAFITRI
NIM: 11750424989

Date of Final Exam : July 06, 2021

Date of Graduation Ceremony :

*Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas Street No.155 Pekanbaru*

ABSTRACT

This study discusses the optimal control of non-pharmacological strategies and the infection rate of the spread of COVID-19. Therefore, to solve the problem of optimal control of non-pharmacological strategies and the infection rate of the spread of COVID-19 by applying control theory. By using dynamic equations and objective functions, Hamilton's equations and second-order differential equations can be formed. Then the optimal control of non-pharmacological strategies and the optimal level of infection spread of COVID-19 were obtained. Based on the example given, the curve of the infection rate of the spread of COVID-19 decreases at a predetermined time. This means that the infection rate of the spread of COVID-19 has decreased after being given the control of the isolation obtained.

Keywords: *optimal control, infection rate spread of COVID-19, non-pharmacological strategies*



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Alhamdulillahirobbil'alamin segala puji syukur kepada Allah SWT karena atas rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini dengan judul “Kendali Optimal Strategi Non-farmakologis pada Model COVID-19”. Shalawat beserta salam semoga tercurahkan kepada Nabi Besar Muhammad SAW, mudah-mudahan kita semua mendapat syafa'atnya kelak.

Dalam penyusunan dan penyelesaian Tugas Akhir ini, penulis banyak sekali mendapat bimbingan, bantuan, arahan, nasehat, perhatian serta semangat dari berbagai pihak baik langsung maupun tidak langsung. Untuk itu pertama kali penulis mengucapkan terima kasih yang tak terhingga. Ucapan terimakasih selanjutnya kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunnas, M.Ag selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi.
3. Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc selaku Ketua Pogram Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.
4. Ibu Fitri Aryani, M.Sc selaku Pogram Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.
5. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc selaku Pembimbing yang telah banyak membantu, memberikan arahan dan bimbingan dengan sabar serta ikhlas selama penulis menyelesaikan tugas akhir ini.
6. Bapak Mohammad Soleh, M.Sc selaku Penguji yang telah banyak memberikan kritik serta saran kepada penulis.
7. Ibu Irma Suryani, M.Sc selaku Penguji yang telah banyak memberikan kritik serta saran kepada penulis.
8. Semua Bapak dan Ibu Dosen di lingkungan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, khususnya di Program Studi Matematika yang banyak memberi masukan dan motivasi.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

9. Kedua orang tua tercinta, Ayah Alm. Abd. Sani dan Ibu Diana, yang tiada henti-hentinya mendoakan, memberi dorongan moril maupun materi selama menempuh pendidikan serta abang-abang penulis yang tersayang yaitu Firdaus Sandi dan Firmansyah Sandi.
10. Semua pihak yang telah banyak membantu baik secara langsung maupun tidak langsung dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini yang tidak dapat ditulis satu persatu.
11. Teman-teman di Program Studi Matematika, terkhusus Angkatan 17. Semoga kebaikan yang telah mereka berikan kepada penulis menjadi amal kebaikan dan mendapat balasan yang setimpal dari Allah SWT. Selanjutnya, dalam penyusunan Tugas Akhir ini penulis menyadari bahwa masih adanya kekurangan oleh karena itu penulis berharap agar pembaca dapat memberikan kritik dan saran yang membangun. Semoga Tugas Akhir ini dapat memberikan manfaat kepada pihak- pihak yang memerlukannya.

Pekanbaru, 06 Juli 2021

Penulis

Firda Safitri



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta dimiliki oleh UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR PERSETUJUAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL.....	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR SIMBOL.....	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian.....	3
1.6 Sistematika Penulisan	3
BAB II LANDASAN TEORI	5
2.1 Persamaan Diferensial Biasa Orde Satu	5
2.2 Persamaan Diferensial Biasa Nonhomogen Koefisien Konstanta	6
2.3 Model Matematika.....	9
2.4 Masalah Umum Kendali Optimal Waktu Kontinu	10
2.5 Kendali Optimal untuk Model Penyebaran COVID- 19	11

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	14
BAB IV PEMBAHASAN.....	15
4.1 Kendali Optimal pada Model Penyebaran COVID-19	15
4.1.1 Kasus $\lambda_4 = \lambda_5$ adalah kosntanta	17
4.2 Simulasi Numerik	21
BAB V PENUTUP	29
5.1 Kesimpulan	29
5.2 Saran	30
DAFTAR PUSTAKA.....	31
DAFTAR RIWAYAT HIDUP.....	32



DAFTAR SIMBOL

Λ	: Tingkat imigrasi
μ	: Tingkat kematian alami
γ_1	: Tingkat pemulihan untuk individu yang menular tidak yang dirawat di rumah sakit
γ_2	: Tingkat pemulihan individu yang dirawat di rumah sakit
p	: Persentasi individu yang terpapar dikarantina
d_1	: Tingkat kematian yang disebabkan oleh individu yang terinfeksi yang tidak dirawat di rumah sakit
d_2	: Tingkat kematian yang disebabkan oleh individu yang terinfeksi yang dirawat di rumah sakit
σ_1	: Tingkat perkembangan untuk individu dari karantina ke kompartemen yang rentan setelah masa inkubasi
σ_2	: Tingkat perkembangan untuk individu yang terpapar yang melewati karantina ke kompartemen infeksi yang tidak dirawat di rumah sakit
ρ	: Tingkat isolasi dari yang mengalami gejala selama masa karantina
π	: Persentasi individu yang berasal dari daerah berisiko tinggi COVID-19
λ	: Persentasi individu yang keluar dari kompartemen yang rentan
$I(t)$: Jumlah individu yang terinfeksi
$\alpha(t)$: Kendali tingkat penyuluhan kesehatan masyarakat pada saat t
$\tau(t)$: Kendali tingkat karantina pada saat t
$\eta(t)$: Kendali tingkat isolasi untuk terinfeksi yang tidak dirawat di rumah sakit pada waktu t

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak Cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- c_1 : Parameter upaya yang terkait dengan penyuluhan kesehatan masyarakat
- c_2 : Parameter upaya yang terkait dengan karantina
- c_3 : Parameter upaya yang terkait dengan isolasi.





Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
4.1 (a) $I(t) = -8.13352513 + (608.1335255)e^{(-0.043144t)}$	23
4.1 (b) $I(t) = -8.13352513 + (608.1335255)e^{(-0.043144t)}$	23
4.2 (a) $I(t) = 300.1751287 + (-0.1751287374)e^{(0.074466t)}$	25
4.2 (b) $I(t) = 300.1751287 + (-0.1751287374)e^{(0.074466t)}$	25
4.3 (a) $I(t) = 200 + (-1.426061621 \times 10^{-9})e^{(0.256666666t)}$	28
4.3 (b) $I(t) = 200 + (-1.426061621 \times 10^{-9})e^{(0.256666666t)}$	28



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Saat ini penduduk dunia sedang panik menghadapi wabah *Coronavirus Disease* 2019, disingkat COVID-19. COVID-19 atau lebih populer dengan nama virus corona merupakan penyakit yang disebabkan oleh sindrom pernafasan akut parah *coronavirus* 2 (SARS-CoV-2). COVID-19 adalah penyakit menular yang dapat menyebar secara langsung atau tidak langsung dari orang yang tertular ke orang sehat melalui mata, hidung, mulut, dan menyebar melalui tetesan yang keluar dari hidung atau mulut saat batuk atau bersin. Gejalanya mirip dengan flu biasa seperti demam, batuk kering, sesak nafas dan pneumonia (radang paru-paru). Sumber pasti penyakit ini belum pasti. Namun, tikus dan kelelawar telah dicurigai sebagai sumber dari penyakit ini. COVID-19 pertama kali berkontak dengan manusia di Wuhan, China pada 17 November 2019, kemudian dilaporkan mulai menyebar ke Eropa, Amerika, bahkan ke seluruh dunia sejak Desember 2019 [1].

Kasus COVID-19 secara resmi diumumkan sebagai pandemi global oleh *World Health Organization* (WHO) pada 11 Maret 2020 dan Pemerintah Indonesia berdasarkan Keputusan Presiden Nomor 11 Tahun 2020 tentang Penetapan Kedaruratan Kesehatan Masyarakat Corona Virus Disease 2019 (COVID-19) telah menyatakan COVID-19 sebagai kedaruratan kesehatan masyarakat yang wajib dilakukan upaya penanggulangan. Hingga saat ini pada Desember 2020 pasien COVID-19 telah mencapai 70.672.882 kasus, untuk kasus kematian akibat COVID-19 mencapai 1.587.350 orang [2]. Sedangkan kasus di Indonesia menyatakan bahwa kasus positif terkena COVID-19 adalah 589.993 kasus, pasien sembuh dengan jumlah 491.975 orang dan pasien meninggal dengan jumlah 18.336 orang [3].

Dengan belum adanya obat yang terbukti dapat menyembuhkan penyakit ini, sebagian besar mempengaruhi Negara menegakkan isolasi untuk orang yang

terinfeksi dan dicurigai. WHO merilis protokol untuk mempersiapkan keadaan darurat dengan mengidentifikasi, memitigasi dan mengelola risiko. Secara umum protokol ini diketahui oleh pemerintah instruksi dalam jarak fisik, pelacakan kontak dan isolasi. Kesulitan dalam mencegah dan mengendalikan penyakit Covid-19 ditandai dengan penyebaran yang cepat infeksi dari manusia ke manusia dan dengan mobilitas manusia yang tinggi [4].

Selain itu, banyak Negara telah memberlakukan karantina mandiri wajib dan dibatasi pergerakan warganya. Sayangnya, penyebaran virus dan kematian akibat COVID-19 terus meningkat setiap hari. Oleh karena itu, penyebaran penyakit sangat penting untuk dikendalikan terutama dengan menggunakan strategi non-farmakologis seperti penyuluhan kesehatan masyarakat, karantina dan isolasi mandiri. Agar strategi non-farmakologis memberikan hasil yang optimal, maka perlu diberikan strategi yang tepat dan efisien. Strategi yang tepat dan efisien dengan hasil yang optimal, dapat diperoleh dengan mengaplikasikan kendali optimal. Salah satu bentuk pengendalian dapat dilihat pada penelitian [5].

Menurut [5] penyebaran COVID-19 harus dikendalikan terutama menggunakan strategi non-farmakologis seperti karantina, isolasi dan penyuluhan tentang kesehatan masyarakat. Penyebaran COVID-19 dikendalikan dengan kendali optimal menggunakan prinsip maksimum Pontryagin untuk mencari tahu strategi optimal yang diperlukan. Dimana telah dibahas tentang pengaruh dari strategi pengendalian menggunakan pemodelan matematika dan pendekatan kontrol optimal untuk memastikan kontribusinya dalam penyebaran COVID-19. Hasil analisis kendali optimal dan simulasi numerik mengungkapkan bahwa intervensi yang bergantung pada waktu mengurangi jumlah individu yang terpapar dan individu yang terinfeksi dibandingkan dengan intervensi yang tidak bergantung pada waktu.

Berdasarkan [5], Penulis tertarik untuk mengembangkan penelitian analisis kendali optimal dilakukan dengan prinsip maksimum pontryagin di jurnal [5] dan dengan persamaan diferensial orde dua. Sehingga penulis mengambil judul **“Kendali Optimal Strategi Non-Farmakologis pada Model COVID-19”**.



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas maka dapat diberikan rumusan masalah yaitu “Bagaimana kendali optimal strategi non-farmakologis pada model untuk kasus penyakit COVID-19?”.

1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah di atas maka batasan masalah dalam penulisan Tugas Akhir ini adalah:

1. Strategi non-farmakologis (penyuluhan kesehatan masyarakat $\alpha(t)$, karantina $\tau(t)$ dan isolasi $\eta(t)$).
2. Strategi non-farmakologis diberikan ke kelompok S, E, Q, I dan H.
3. Waktu di fungsi tujuan merupakan waktu berhingga.
4. Persamaan diferensial dinamik model untuk kasus penyakit COVID-19.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian pada tugas akhir ini adalah mendapatkan kendali optimal untuk strategi non-farmakologis yang optimal dan mendapatkan tingkat infeksi penyebaran pada simulasi kasus penyakit COVID-19.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini bagi penulis maupun bagi pembaca sebagai berikut:

1. Sebagai wawasan dan ilmu pengetahuan yang baru untuk menambah pengetahuan tentang sistem kendali.
2. Memberi kontribusi bagi pembaca untuk membantu mempelajari dan memperdalam masalah.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan proposal tugas akhir ini terdiri dari pokok-pokok permasalahan yang akan dibahas pada masing-masing yang diuraikan menjadi beberapa bagian:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini membahas tentang gambaran umum isi tugas akhir yang meliputi latar belakang masalah yang akan dibahas, kemudian



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

dilanjutkan dengan perumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini membahas tentang teori-teori yang mendukung bagian pembahasan.

BAB III METODOLIGI PENELITIAN

Bab ini berisikan langkah-langkah dalam penelitian.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini membahas tentang tingkat terinfeksi COVID-19 yang optimal.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisikan tentang kesimpulan dan saran.



BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Persamaan Diferensial Biasa Orde Satu

Menurut [6] Persamaan diferensial biasa orde satu adalah persamaan diferensial biasa yang turunan tertingginya berorde satu. Secara umum persamaan diferensial biasa orde satu dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (2.1)$$

Dengan $f(x, y)$ adalah fungsi dalam dua variabel yang diberikan dan kontinu di x dan y . Dalam bukunya [7] disebutkan, apabila fungsi f dalam Persamaan (2.1) berbentuk linear pada variabel bebas y , maka persamaan tersebut dapat dituliskan dalam bentuk:

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x) \quad (2.2)$$

dengan $P(x)$ dan $Q(x)$ dalam fungsi x . Solusi untuk Persamaan (2.2) dalam fungsi x dapat ditulis sebagai berikut:

$$y = e^{-\int P(x)dx} \left[\int Q(x)e^{\int P(x)dx} dx + C \right] \quad (2.3)$$

Contoh 2.1

Tentukan solusi umum dari Persamaan Diferensial $(x^2 - 1)y' + 2y = (x + 1)^2$.

Penyelesaian:

Dari persamaan $(x^2 - 1)y' + 2y = (x + 1)^2$ menjadi $y' + \frac{2}{(x^2 - 1)}y = \frac{(x + 1)^2}{(x^2 - 1)}$.

Maka, diperoleh $P(x) = \frac{2}{(x^2 - 1)}$ dan $Q(x) = \frac{(x + 1)^2}{(x^2 - 1)} = \frac{x + 1}{x - 1}$ faktor integrasinya

$$e^{\int P(x)dx} = \frac{x - 1}{x + 1} \text{ dimana:}$$

$$\int P(x)dx = \ln \left| \frac{x - 1}{x + 1} \right| + C$$

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$e^{\int P(x)dx} = e^{\ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right|} = \frac{x-1}{x+1}$$

Maka,

$$\begin{aligned} \int Q(x) e^{\int P(x)dx} dx &= \int \frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{x-1}{x+1} dx \\ &= x + C \end{aligned}$$

Sehingga didapatkan solusi umum sebagai berikut:

$$y = \frac{\left[\int Q(x) e^{\int P(x)dx} dx + C \right]}{e^{\int P(x)dx}}$$

$$y = \frac{\left[x + C \right]}{\frac{x-1}{x+1}}$$

$$y = (x + C) \left(\frac{x+1}{x-1} \right).$$

2.2 Persamaan Diferensial Nonhomogen Koefisien Konstanta

Bentuk umum persamaan diferensial biasa nonhomogen koefisien konstanta dapat ditulis sebagai berikut :

$$a \frac{d^2 y}{dx^2} + b \frac{dy}{dx} + cy = g(x) \quad (2.4)$$

Menurut [8] apabila $g(x)=0$ maka persamaan tersebut merupakan persamaan diferensial homogen. Sebaliknya, jika $g(x) \neq 0$ maka persamaan tersebut merupakan persamaan diferensial nonhomogen. Selanjutnya dimisalkan $y_c(x) = c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x)$ adalah penyelesaian untuk persamaan homogen

$$a \frac{d^2 y}{dx^2} + b \frac{dy}{dx} + cy = 0 \quad (2.5)$$

dan $y_p(x)$ adalah penyelesaian untuk persamaan nonhomogen. Maka penyelesaian umum dari Persamaan (2.4) dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut:

$$y(x) = y_c(x) + y_p(x) \quad (2.6)$$

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Persamaan (2.5) dapat diselesaikan dengan memisalkan $y = e^{rx}$, sehingga akan diperoleh:

$$a \frac{d^2(e^{rx})}{dx^2} + b \frac{d(e^{rx})}{dx} + ce^{rx} = 0$$

$$ar^2 e^{rx} + bre^{rx} + ce^{rx} = 0$$

$$e^{rx}(ar^2 + br + c) = 0$$

Oleh karena $e^{rx} \neq 0$ maka $y(x) = e^{rx}$ merupakan penyelesaian Persamaan (2.5) jika dan hanya jika r memenuhi persamaan karakteristik sebagai berikut:

$$ar^2 + br + c = 0 \quad (2.7)$$

Penyelesaian dari Persamaan (2.7) adalah

$$r_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$r_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Penyelesaian khusus dari persoalan persamaan diferensial linear orde dua dengan persamaan karakteristik pada Persamaan (2.7) bergantung pada nilai deskriminan.

Adapun bentuk-bentuk penyelesaian berdasarkan nilai deskriminan adalah sebagai berikut:

- a. Akar-akar real dan berbeda ($b^2 - 4ac > 0$)

Pada hal ini disebut akar real dan berbeda jika akar-akar r_1 dan r_2 pada persamaan karakteristik $ar^2 + br + c = 0$ merupakan bilangan real positif sehingga persamaan kuadrat mempunyai dua akar real berlainan, maka penyelesaian umum dari Persamaan (2.7) adalah sebagai berikut:

$$y(x) = c_1 e^{r_1 x} + c_2 e^{r_2 x} \quad (2.8)$$

dengan c_1 dan c_2 adalah konstanta sembarang.

- b. Akar-akar berulang ($b^2 - 4ac = 0$)

Apabila akar-akar r_1 dan r_2 pada persamaan karakteristik $ar^2 + br + c = 0$ mempunyai dua akar real yang sama ($r_1 = r_2$) maka penyelesaian umum dari

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Persamaan (2.7) adalah sebagai berikut:

$$y(x) = c_1 e^{r_1 x} + c_2 x e^{r_2 x} \quad (2.9)$$

dengan c_1 dan c_2 adalah konstanta sembarang.

c. Akar-akar imajiner ($b^2 - 4ac < 0$)

Apabila akar-akar r_1 dan r_2 adalah bilangan kompleks $r_1 = \alpha + i\beta$ dan $r_2 = \alpha - i\beta$ pada persamaan karakteristik $ar^2 + br + c = 0$ maka penyelesaian umum dari Persamaan (2.7) adalah sebagai berikut:

$$y(x) = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x) \quad (2.10)$$

dengan c_1 dan c_2 adalah konstanta sembarang.

Contoh 2.2

Tentukan penyelesaian umum dari persamaan diferensial biasa nonhomogen berikut:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} - 4y = x^2.$$

Penyelesaian:

Langkah pertama yang harus dilakukan adalah menentukan terlebih dahulu penyelesaian umum persamaan diferensial biasa homogen.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} - 4y = 0.$$

Kemudian dibentuk persamaan karakteristik untuk persamaan homogenya yaitu:

$$r^2 + 3r - 4 = (r - 1)(r + 4) = 0.$$

Maka diperoleh penyelesaian:

$$y_e(x) = c_1 e^x + c_2 e^{-4x}.$$

Selanjutnya untuk penyelesaian $y_p(x)$ diberikan oleh:

$$y_p(x) = Ax^2 + Bx + C.$$

Sehingga, $y_p'(x) = 2Ax + B$ dan $y_p''(x) = 2A$.

Untuk menentukan nilai A, B dan C maka disubstitusikan nilai-nilai $y_p(x)$,



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$y_p''(x)$ dan $y_p'(x)$ dan ke dalam persamaan $\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} - 4y = x^2$ sehingga diperoleh $y_p(x) = 2A + 3(2Ax + B) - 4(Ax^2 + Bx + C) = x^2$.

Dengan menggunakan kesamaan koefisien untuk persamaan di atas maka, diperoleh nilai $A = -\frac{1}{4}$, $B = -\frac{3}{8}$ dan $C = -\frac{13}{32}$, sehingga

$$y_p(x) = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{8}x - \frac{13}{32}.$$

Jadi, penyelesaian umum untuk persoalan di atas adalah menjumlahkan persamaan $y_c(x)$ dengan persamaan $y_p(x)$ sehingga diperoleh:

$$y(x) = c_1e^x + c_2e^{-4x} - \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{8}x - \frac{13}{32}.$$

2.3 Model Matematika

Menurut [9] model SEIR adalah pengembangan dari model SIR secara umum populasi total menjadi tiga kelas, yaitu *Susceptible* (S) adalah populasi sehat rentan penyakit, *Infected* (I) adalah jumlah individu yang terinfeksi dan dapat menularkan penyakit kepada yang sehat, dan *Recovered* (R) adalah individu yang sembuh dan kebal dari penyakit.

Menurut [10] sama halnya dengan model SIR, yang berbeda dari model SEIR adalah model SEIR membagi populasi ke dalam empat subpopulasi yaitu individu yang rentan terinfeksi penyakit yang disebut *Susceptible* (S), individu yang sudah terjangkit penyakit namun belum menunjukkan tanda-tanda gejala yang disebut *Exposed* (E), individu yang terinfeksi penyakit yang disebut *Infected* (I) dan individu yang telah bersih dari penyakit yang disebut *Recovered* (R). selain itu dalam model SEIR ada masa dimana individu baru memperlihatkan gejalanya bahwa individu ini akan terinfeksi yang biasa disebut periode laten. Kemudian dalam penggambaran alurnya pun berbeda.

Dalam [11] dapat diasumsikan bahwa jumlah populasi konstan, sehingga laju kelahiran dan kematian alami diasumsikan konstan. Berdasarkan asumsi tersebut didapat model SEIR sebagai berikut:

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - \frac{\beta SI}{N} - \mu S$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\beta SI}{N} - \alpha E - \mu E$$

$$\frac{dI}{dt} = \alpha E - \gamma I - \mu I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R$$

dengan

$$N(t) = S(t) + E(t) + I(t) + R(t) \quad (2.11)$$

Dengan syarat awal $E(0)=E_0$, $I(0)=I_0$, $R(0)=R_0$. Dalam model tersebut $N, \beta, \mu, \alpha, \gamma$ adalah konstanta-konstanta positif.

Dimana,

- N : Total individu dalam populasi saat t.
 β : Individu yang berinteraksi dengan individu terinfeksi.
 μ : Laju kematian alami.
 α : Individu rentan ke individu sakit.
 γ : Laju kesembuhan.

2.4 Masalah Umum Kendali Optimal Waktu Kontinu

Pada bagian ini dibahas masalah umum kendali optimal waktu kontinu untuk persamaan diferensial untuk waktu t. Menurut [12] diberikan persamaan diferensial yaitu,

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \quad (2.12)$$

Dengan $x(t) \in R^n$ adalah vektor state dan $u(t) \in R^m$ adalah fungsi kendali.

Fungsi yang akan dicapai yaitu meminimalkan fungsi tujuan, dengan persamaan:

$$J(t_0) = q(x(T_f)) + \int_{t_0}^{T_f} g(x(t), u(t), t) dt \quad (2.13)$$

dengan t_0 adalah waktu awal dan T_f adalah waktu akhir.

Selanjutnya, menurut [13] untuk mencari solusi masalah kendali optimal waktu kontinu maka didefinisikan persamaan-persamaan berikut yang diperlukan untuk sebuah proses meminimalkan fungsi tujuan. Oleh karena itu, berdasarkan



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumpukan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Persamaan (2.12) dan (2.13) maka dibentuk persamaan Hamilton, yaitu:

$$H(x, u, t) = g(x(t), u(t), t) + \lambda^T(t) f(x(t), u(t), t) \quad (2.14)$$

selanjutnya berdasarkan persamaan Hamilton (2.14) dibentuk persamaan sebagai berikut:

$$H_u = \frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (2.15)$$

Kemudian dari persamaan tersebut dapat diperoleh persamaan diferensial orde dua untuk mendapatkan fungsi kendali yang optimal.

2.5 Kendali Optimal untuk Model Penyebaran COVID-19

Kendali optimal dari permasalahan COVID-19 bertujuan untuk mengendalikan penyebaran COVID-19 [5]. Adapun model matematika dari kendali optimal penyebaran COVID-19 adalah sebagai berikut:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \Lambda(1 - \pi) + q\sigma_1 Q - (1 - \alpha(t))\lambda S - \mu S \\ \frac{dE}{dt} &= (1 - \alpha(t))\lambda S + \Lambda\pi - p\tau(t)E - (1 - p)\rho E - \mu E \\ \frac{dQ}{dt} &= p\tau(t)E - q\sigma_1 Q - (1 - q)\sigma_2 Q - \mu Q \\ \frac{dI}{dt} &= (1 - p)\rho E - \gamma_1 I - \eta(t)I - d_1 I - \mu I \\ \frac{dH}{dt} &= (1 - q)\sigma_2 Q + \eta(t)I - \gamma_2 H - d_2 H - \mu H \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma_2 H + \gamma_1 I - \mu R \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

Fungsi tujuan dari model penyebaran COVID-19 yaitu sebagai berikut:

$$G(\alpha(t), \tau(t), \eta(t)) = \int_0^{t_f} \left(I(t) + \frac{1}{2} c_1 \alpha^2(t) + \frac{1}{2} c_2 \tau^2(t) + \frac{1}{2} c_3 \eta^2(t) \right) dt \quad (2.17)$$

dengan

- Λ : Tingkat imigrasi
 μ : Tingkat kematian alami
 γ_1 : Tingkat pemulihan untuk individu yang menular tidak yang dirawat di rumah sakit



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

- γ_2 : Tingkat pemulihan individu yang dirawat di rumah sakit
- p : Persentasi individu yang terpapar dikarantina
- d_1 : Tingkat kematian yang disebabkan oleh individu yang terinfeksi yang tidak dirawat di rumah sakit
- d_2 : Tingkat kematian yang disebabkan oleh individu yang terinfeksi yang dirawat di rumah sakit
- σ_1 : Tingkat perkembangan untuk individu dari karantina ke kompartemen yang rentan setelah masa inkubasi
- σ_2 : Tingkat perkembangan untuk individu yang terpapar yang melewati karantina ke kompartemen infeksi yang tidak dirawat di rumah sakit
- ρ : Tingkat isolasi dari yang mengalami gejala selama masa karantina
- π : Persentasi individu yang berasal dari daerah berisiko tinggi COVID-19
- λ : Persentasi individu yang keluar dari kompartemen yang rentan
- $I(t)$: Jumlah individu yang terinfeksi
- $\alpha(t)$: Kendali tingkat penyuluhan kesehatan masyarakat pada saat t
- $\tau(t)$: Kendali tingkat karantina pada saat t
- $\eta(t)$: Kendali tingkat isolasi untuk terinfeksi yang tidak dirawat di rumah sakit pada waktu t
- c_1 : Parameter upaya yang terkait dengan penyuluhan kesehatan masyarakat
- c_2 : Parameter upaya yang terkait dengan karantina
- c_3 : Parameter upaya yang terkait dengan isolasi.

Diasumsikan populasi individu yang terinfeksi lolos dari karantina. Kemudian individu yang terinfeksi mengembangkan gejala. Individu tersebut lalu diisolasi yang merupakan bentuk perawatan terhadap individu yang terinfeksi COVID-19. Melalui isolasi tersebut akan memperpanjang usia hidup individu yang terinfeksi. Sehingga individu sembuh dari COVID-19. Berdasarkan hal tersebut, maka dikembangkan model matematika penyakit COVID-19.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

Adapun, langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Diberikan Persamaan (2.16) sebagai persamaan diferensial dinamik model matematika dari kendali optimal penyebaran COVID-19. Kemudian berdasarkan Persamaan (2.17) diketahui fungsi tujuan untuk kasus COVID-19 pada waktu berhingga.

2. Dibentuk persamaan Hamilton berdasarkan diferensial dinamik dan fungsi tujuan pada nomor 1.

3. Berdasarkan langkah nomor 2, ditentukan $H_\alpha = \frac{\partial H}{\partial \alpha} = 0$, $H_\tau = \frac{\partial H}{\partial \tau} = 0$, dan

$$H_\eta = \frac{\partial H}{\partial \eta} = 0.$$

4. Dari $H_\alpha = 0$, $H_\tau = 0$, $H_\eta = 0$ pada nomor 3 didapatkan fungsi kendali yaitu penyuluhan kesehatan masyarakat, karantina dan isolasi.

5. Fungsi kendali yang didapat dari langkah nomor 4 disubstitusikan ke persamaan diferensial dinamik pada langkah nomor 1.

6. Kemudian dari langkah 5 dan 6 di bentuk turunan kedua dari persamaan diferensial dinamik.

7. Dicari solusi turunan kedua pada langkah nomor 6 yang merupakan solusi untuk kendali optimal strategi non-farmakologis dan yang terinfeksi pada model COVID-19.

8. Selanjutnya diaplikasikan solusi kendali optimal strategi non-farmakologis pada model COVID-19 dalam langkah nomor 7 dengan menggunakan solusi numerik.



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang diuraikan pada Bab IV maka di peroleh kesimpulan bahwa berdasarkan persamaan diferensial sistem dinamik untuk kasus penyebaran COVID-19 yang terinfeksi pada waktu berhingga diperoleh kendali sebagai berikut:

$$\alpha(t)^* = \frac{\lambda_2 \psi S - \lambda_1 \psi S}{c_1},$$

$$\tau(t)^* = \frac{\lambda_2 pE - \lambda_3 pE}{c_2},$$

dan

$$\eta(t)^* = \frac{\lambda_4 I - \lambda_5 I}{c_3}.$$

Sehingga diperoleh persamaan diferensial dinamik sebagai berikut:

$$\dot{I} = \rho E - p \rho E - \gamma_1 I - \left(\frac{\lambda_4 I^2 - \lambda_5 I^2}{c_3} \right) - d_1 I - \mu I$$

dengan fungsi tujuan dari model penyebaran COVID-19 pada waktu berhingga sebagai berikut:

$$G(\alpha(t), \tau(t), \eta(t)) = \int_0^{t_f} \left(I(t) + \frac{1}{2} c_1 \alpha^2(t) + \frac{1}{2} c_2 \tau^2(t) + \frac{1}{2} c_3 \eta^2(t) \right) dt$$

Kemudian untuk solusi yang terinfeksi untuk model COVID-19 untuk kasus ini yaitu, ketika fungsi $\lambda_4 = \lambda_5$ dalam bentuk konstanta maka akan diperoleh solusi sebagai berikut:

$$I(t) = C_1 + C_2 e^{r_2 t}.$$

dengan nilai C_1 dan C_2 yaitu,



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$C_1 = \frac{Me}{\left(e^{\left(-\frac{\gamma_1 c_3 + 2\lambda_4 - 2\lambda_5 + d_1 c_3 + \mu c_3}{c_3} \right) t_f} \right) - \left(e^{\left(-\frac{\gamma_1 c_3 + 2\lambda_4 - 2\lambda_5 + d_1 c_3 + \mu c_3}{c_3} \right) t_0} \right)}$$

$$C_2 = \frac{-M}{\left(e^{\left(-\frac{\gamma_1 c_3 + 2\lambda_4 - 2\lambda_5 + d_1 c_3 + \mu c_3}{c_3} \right) t_f} \right) - \left(e^{\left(-\frac{\gamma_1 c_3 + 2\lambda_4 - 2\lambda_5 + d_1 c_3 + \mu c_3}{c_3} \right) t_0} \right)}$$

5.2 Saran

Tugas akhir ini memaparkan tentang persamaan diferensial dinamik pada model COVID-19 dengan menggunakan teknik kendali optimal. Maka saran-saran yang ingin disampaikan adalah pembaca dapat mengembangkan lebih lanjut penelitian ini dalam bentuk lain.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Y. Yulida dan M. A. Karim, "Pemodelan Matematika Penyebaran Covid-19 Di Provinsi Kalimantan Selatan," *Open Journal System*, vol. 14, no. 10, hal. 3257–3264, 2020.
- [2] M. R. Maulaa, "Update Virus Corona di Dunia 11 Desember 2020, Pasien Positif Covid-19 Tembus 70 Juta Orang," *Pikiran Rakyat*. 2020, [Daring]. Tersedia pada: <https://www.pikiran-rakyat.com/internasional/pr-011090358/update-virus-corona-di-dunia-11-desember-2020-pasien-positif-covid-19-tembus-70-juta-orang>.
- [3] M. Wisnu, "Data Terkini Covid-19 di Indonesia Desember 2020," *Merdeka.com*, 2020, [Daring]. Tersedia pada: <https://www.merdeka.com/peristiwa/data-terkini-covid-19-di-indonesia-desember-2020.html>.
- [4] E. Soewono, "On the analysis of Covid-19 transmission in Wuhan, Diamond Princess and Jakarta-cluster," *Communication in Biomathematical Sciences*, vol. 3, no. 1, 2020.
- [5] C. E. Madubueze, S. Dachollom, dan I. O. Onwubuya, "Controlling the Spread of COVID-19: Optimal Control Analysis," no. June, 2020, doi: 10.1101/2020.06.08.20125393.
- [6] S. L. Ross, *Introduction To Ordinary Differential Equations*, Fourth Edi. America: John Wiley & Sons, 1989.
- [7] W. C. Xie, *Differential Equations for Engineers*. America: Cambridge University Press, 2010.
- [8] M. N. Muhaijir, *Persamaan Diferensial Biasa dengan MAPLE*. Pekanbaru, 2018.
- [9] W. Daniel, S. Ceria, J. Hartiny, D. Tindaon, dan L. Sinaga, "Analisis Kestabilan Model SEIR Penyebaran Penyakit Campak dengan Pengaruh Imunisasi dan Vaksin MR," *Jurnal Matematika, Statistik & Komputasi*, vol. 16, no. 1, hal. 107–113, 2019, doi: 10.20956/jmsk.v.
- [10] E. S. Sulistioningtias dan D. Lestari, "Pemodelan Matematika Penyebaran Penyakit Malaria Dengan Model SEIR," *Jurnal Pendidikan Matematika*

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

dan Saind.

- [11] R. U. Hurint, M. Z. Ndi, dan M. Lobo, “Analisis Sensitivitas Model Epidemi SEIR,” vol. 6, no. 1, hal. 23, 2017, doi: 10.22487/25411969.2017.v6.i1.8076.
- [12] G. J. Olsder dan J. W. van der Woude, *Mathematical Systems Theory*, First Edit. Netherlands: Delft University Press, 1994.
- [13] S. P. Sethi dan G. L. Thompson, *Optimal Control Theory*, Second Edi. America: Springer, 2006.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Penulis dilahirkan pada tanggal 05 Juni 1998 di Tembilahan, Kabupaten Indragiri Hilir, Riau. Penulis merupakan anak ketiga dari tiga bersaudara dari pasangan Bapak Abd. Sani dan Ibu Diana. Penulis menyelesaikan pendidikan Sekolah Dasar di SD Negeri 003 Tembilahan Hulu dan lulus pada tahun 2010. Kemudian penulis melanjutkan pendidikan Sekolah Menengah Pertama di SMP Negeri 1 Tembilahan Hulu pada tahun 2010-2013. Dan Sekolah Menengah Atas di SMA Negeri 1 Tembilahan Hulu pada tahun 2013-2016. Pada tahun 2017 penulis melanjutkan Pendidikan ke Perguruan Tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Pada Februari 2020, penulis melaksanakan Kerja Praktek (KP) di Dinas Pekerjaan Umum dan Penataan Ruang Kota Pekanbaru, dengan judul **“Analisis Pengaruh Waktu Terhadap Biaya Proyek Pekerjaan Pengaspalan Jalan Menggunakan Regresi Linier Sederhana”** yang dibimbing oleh Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc. dan diseminarkkan pada tanggal 22 Juni 2020. Pada awal Juli 2020 sampai dengan September 2020 penulis mengikuti Kuliah Kerja Nyata (KKN) yang dilaksanakan secara Daring dan Lapangan di Desa Pekan Kamis, Indragiri Hilir. Penulis melakukan sidang Tugas Akhir pada 06 Juni 2021 dan dinyatakan lulus dengan judul **“Kendali Optimal Strategi Non-farmakologis pada Model COVID-19”** dengan dosen pembimbing Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc.

UIN SUSKA RIAU